

Câu 1 (1,5 điểm) (Mô hình cân bằng thị trường) Hãy xác định bộ giá và lượng cân bằng thị trường có ba sản phẩm với hàm cung và hàm cầu như sau:

- ♦ Sản phẩm 1: $Q_{S_1} = 16P_1 + P_2 - 2P_3 - 30$ $Q_{D_1} = -8P_1 - 3P_2 + 40$
- ♦ Sản phẩm 2: $Q_{S_2} = -P_1 + 6P_2 - P_3 - 10$ $Q_{D_2} = 2P_1 - 3P_2 + P_3 + 41$
- ♦ Sản phẩm 3: $Q_{S_3} = -2P_1 - P_2 + 20P_3 - 11$ $Q_{D_3} = 2P_2 - 12P_3 + 60$

Câu 2 (1 điểm) Xét mô hình *Input-Output của Leontief* gồm ba ngành sản xuất có ma trận hệ số kỹ thuật A , vectơ (ma trận) cầu cuối cùng v , vectơ (ma trận) tổng cầu X lần lượt là

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,3 & 0,2 \\ 0,4 & 0,2 & 0,3 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

a) Chứng minh hệ phương trình $X = AX + v$ luôn có nghiệm duy nhất (ẩn là X).

b) Gọi v_1, v_2, v_3 lần lượt là ba vectơ cột 1, cột 2, cột 3 của ma trận $I - A$. Chứng minh $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ là một cơ sở của không gian \mathbb{R}^3 . Viết ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 sang cơ sở B .

Câu 3 (2,5 điểm = 1đ + 0,75 đ + 0,75 đ) (Mô hình *Input-Output của Leontief*)

Nền kinh tế một quốc gia chia thành 3 lĩnh vực: Nông nghiệp (ngành N_1), công nghiệp (ngành N_2), dịch vụ và xây dựng (ngành N_3). Biết ma trận hệ số kỹ thuật của 3 ngành sản xuất N_1, N_2, N_3 là

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,3 & 0,2 \\ 0,4 & 0,2 & 0,3 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \end{pmatrix} \quad (\text{đơn vị tính: tỷ USD})$$

Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là các vectơ cột 1, 2, 3 của A .

a) Hỏi để sản xuất ra tổng giá trị sản phẩm 150 tỷ USD thì ngành N_1 phải trả cho ngành N_1, N_2, N_3 bao nhiêu tỷ USD để mua sản phẩm của cả 3 ngành làm nguyên liệu đầu vào cho sản xuất và khi đó giá trị gia tăng mà ngành N_1 tạo ra là bao nhiêu tỷ USD? Tính vectơ $150A_1 + 120A_2 + 90A_3$ và xác định cầu cuối cùng của N_1, N_2, N_3 nếu biết tổng cầu của N_1, N_2, N_3 lần lượt là 150, 120, 90.

b) Hãy xác định tổng cầu mỗi ngành biết cầu cuối cùng đối với hàng hóa của ngành N_1, N_2, N_3 **trong một năm** (tiêu dùng trong nước và xuất khẩu) lần lượt là 100, 120, 110 tỷ USD.

c) Xét tiếp bài toán ở câu (b) trong trường hợp **giá đầu thế giới giảm sâu** làm cho cầu cuối cùng đối với hàng hóa của cả 3 ngành đều tăng 10%. Hãy xác định tổng cầu mỗi ngành.

Câu 4 (1 điểm) Tìm hạng và xét dấu các dạng toàn phương sau

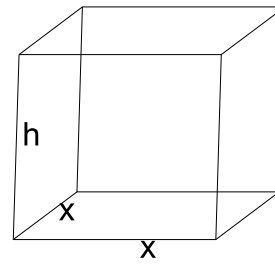
a) $f(x_1, x_2) = 3x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^2$

b) $f(x_1, x_2, x_3) = -2x_1^2 - 5x_2^2 - 5x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2x_3$

Câu 5 (1,5 điểm) Sản lượng hàng ngày của một xí nghiệp là $Q(L) = 630L^{\frac{2}{3}}$ (đơn vị sản phẩm) trong đó L là lực lượng lao động (đơn vị tính là giờ). Hiện tại, xí nghiệp có 1000 giờ lao động mỗi ngày. Áp dụng vi phân ước tính số giờ lao động cần tăng thêm để sản lượng tăng thêm 100 đơn vị sản phẩm.

Câu 6 (1,5 điểm)

Người ta cần xây dựng một hồ chứa có dạng hình hộp chữ nhật không có mặt trên (hồ nắp-như hình vẽ) và có đáy là hình vuông có thể tích $V = 1000\text{m}^3$. Chi phí để xây dựng mặt đáy, các mặt xung quanh lần lượt là $\$30/\text{m}^2$, $\$20/\text{m}^2$. Hãy xác định kích thước của hồ (xác định x và h) để tổng chi phí xây dựng hồ bé nhất.



Chọn một trong hai câu sau (câu 7 hoặc câu 8)

Câu 7 (1 điểm) Cho biết hàm cầu theo giá (đơn vị tính USD) của một loại sản phẩm cho bởi

$$D(p) = 5000 e^{-0,02p} \quad (\text{sản phẩm})$$

- Nếu giá tăng 3% từ mức $p = \$40$ thì lượng cầu giảm xấp xỉ bao nhiêu sản phẩm?
- Tìm hàm doanh thu $R(p)$ có được từ việc bán $q = D(p)$ sản phẩm ở mức giá p , và xác định giá bán để doanh thu lớn nhất.

Câu 8 (1 điểm) Một dự án có vòng đời 3 năm với số vốn đầu tư ban đầu 500 triệu đồng. Ước tính số tiền thu về (đơn vị tính là triệu đồng) như sau:

Năm	0	1	2	3
Dòng ngân lưu vào	0	150	240	330

Cho biết lãi suất ngân hàng là 10% mỗi năm.

- Tính **giá trị hiện tại** của dòng ngân lưu vào.
- Tính **giá trị hiện tại ròng (NPV- Net Present Value)** của dự án và cho biết dự án đó có lợi về kinh tế không?

*** Ghi chú :** Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Ngày 25 tháng 12 năm 2014
Bộ môn duyệt